

Rezervuarın Dalga Yayılma Sınır Şartlarının Beton Ağırlık Barajların Dinamik Çatlak Davranışına Etkisi

M. Karaton ve Y. Calayır

*Fırat Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü,
Elazığ 23279, Türkiye*

ÖZET: Bu çalışmada, baraj-rezervuar etkileşimi dikkate alınarak beton ağırlık barajların deprem etkisindeki lineer olmayan davranışı incelenmiştir. Beton malzemesi için şekil değiştirme yumuşamasını dikkate alan ortak eksenli dönel yayılı çatlak modeli kullanılmıştır. Rezervuar sonlu eleman modelinde, sonlu eleman ağının kesildiği arka yüzeye Sommerfeld yayılma şartı uygulanmıştır. Rezervuar tabanındaki alüvyon ve sediment malzemesinin dalga sönümlenme etkisi analizde göz önünde bulundurulmuştur. Sayısal uygulama için Koyna barajı seçilmiş ve bu barajın 10 Aralık 1967 Koyna depremi yatay ve düşey ivme bileşenleri etkisindeki lineer olmayan analizi yapılmıştır. Rezervuarın dalga yayılma ve sönümlenme sınır şartlarının barajın dinamik çatlak davranışına etkisi irdelenmiştir.

Anahtar Kelimeler : Yayılı çatlak modeli; baraj-rezervuar etkileşimi; yayılma sınır şartı.

ABSTRACT: In this study, the non-linear earthquake response of concrete gravity dams was investigated by considering dam-reservoir interaction. A co-axial rotating smeared crack model including the strain softening of concrete was used for concrete material. In the finite element model of reservoir, Sommerfeld radiation condition was applied at the truncation boundary. The absorption effects of alluvium and sediment materials that invariably deposit at the bottom of reservoir are also included in the analysis. For numerical application, Koyna concrete gravity dam was selected. The non-linear analysis of this dam subjected to the transverse and vertical acceleration components of 10 December 1967 Koyna earthquake were performed. The effects of wave radiation and absorption boundary conditions of reservoir on the dynamic cracking of the dam were investigated.

Giriş

Betonun çatlak davranışı hakkında yirmi beş yılı aşkın bir zamandan beri bir çok araştırma yapılmaktadır. Çekme mukavemetine dayanan çatlak yayılma analizleri, ağa bağımlı davranış tahminlerinden ötürü genellikle güvenilir olarak kabul edilmemektedir (Bazant ve Cedolin, 1979). Beton barajlarda kullanılan betonlarda önemli derecede büyük olan çatlak işlem süreci bölgesindeki lineer olmayan davranış, lineer elastik kırılma mekaniği (LEKM) modellerinde ihmal edilmektedir. Çok yavaş yüklenen yükler (Bazant ve diğ., 1991) ve hatta impulsif yükler (Du ve diğ., 1992) altında da betonun

çatlak davranışının LEKM modelleri ile yeteri düzeyde tahmin edildiği düşünülmektedir. Bununla birlikte, kısa-sürelî statik yükleme ve sismik nedenli şekil değiştirmenin söz konusu olduğu durumlarda çatlak işlem süreci bölgesinde şekil değiştirme yumuşaması davranışını göz önüne alan lineer olmayan kırılma mekaniği modelleri daha uygun olmaktadır (Bhattacharjee ve Léger, 1993). Bu çalışmada, baraj betonundaki dinamik kırılmanın tahmini için şekil değiştirme yumuşamasını dikkate alan lineer olmayan ortak eksenli dönel yayılı çatlak modeli kullanılmıştır.

Barajlar sıvı-yapı etkileşimine maruz yapı grubuna girmektedir. Sıvı-yapı etkileşim problemi Euler, Lagrange ve Kütle Ekleme yaklaşımlarından biriyle modellenilebilir (Calayır ve diğ., 1996). Bu çalışmada Lagrange yaklaşımı kullanılmıştır. Rezervuar sonlu eleman modelinde, sonlu eleman ağının kesildiği arka yüzeye Sommerfeld yayılma şartı uygulanmıştır. Rezervuar tabanındaki alüvyon ve sediment malzemesinin dalga sönümleme etkisi analizde göz önünde bulundurulmuştur.

Betonun Lineer Olmayan Yayılı Çatlak Modeli

Bu çalışmada, baraj betonunun davranışı şekil değiştirme yumuşamasını dikkate alan lineer olmayan ortak eksenli dönel çatlak modeli ile temsil edilmiştir. Çatlama öncesi malzemenin herhangi bir noktasındaki gerilme ve şekil değiştirme arasında,

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\} \quad (1)$$

bağıntısı mevcuttur. Burada $[D]$ izotropik bir malzeme için standart elastik düzlem gerilme-şekil değiştirme matrisini, $\{\sigma\}$ gerilme vektörünü ve $\{\varepsilon\}$ ise, şekil değiştirme vektörünü göstermektedir.

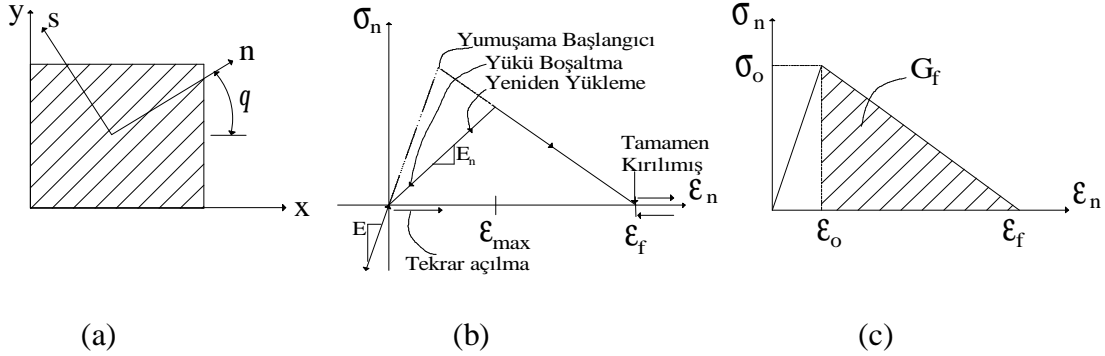
Betonda oluşan çekme gerilmeleri pik dayanıma yaklaştığında mikro çatlaklar oluşur. Pik dayanım sınırı aşıldığında mevcut mikro çatlakların genişleyerek birleşmesiyle gerilmeye tedrici bir düşme meydana gelir. Yayılı mikro çatlak bandının asal çekme şekil değiştirmesi yönüne dik doğrultuda ortaya çıktığı kabul edilmektedir. Lokal eksen olarak adlandırılan malzeme referans eksen takımı, asal şekil değiştirmeler ile aynı doğrultuda seçilir (Şekil 1a). Lokal eksen takımında gerilme-şekil değiştirme matrisi,

$$[D]_{ns} = \begin{bmatrix} \frac{E\eta}{1-\eta\nu^2} & \frac{E\eta\nu}{1-\eta\nu^2} & 0 \\ \frac{E\eta\nu}{1-\eta\nu^2} & \frac{E}{1-\eta\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & \mu \frac{E}{2(1+\nu)} \end{bmatrix}; \quad \eta = \frac{E_n}{E} \quad (2)$$

olarak yazılabilir. Burada E çatlaksız haldeki başlangıç elastisite modülünü, ν Poisson oranını; η ($0 \leq \eta \leq 1$) parametresi, çatlak düzlemine dik doğrultudaki yumuşamış elastisite modülünün (E_n), başlangıç elastisite modülüne oranını gösterir. μ ise kayma dayanım faktörü olup, ortak eksenli dönel çatlak modeli için,

$$\mu = \frac{1+\nu}{1-\eta\nu^2} \left(\frac{\eta\varepsilon_n - \varepsilon_s}{\varepsilon_n - \varepsilon_s} - \eta\nu \right) \quad (0 \leq \mu \leq 1) \quad (3)$$

şeklinde ifade edilebilir (Bhattacharjee ve Léger, 1993). Burada ε_n ve ε_s sırasıyla çatlak düzlemine dik ve paralel normal şekil değiştirmeleri belirtmektedir. Lokal eksen takımında elde edilen $[D]_{ns}$ matrisi, standart dönüşüm metodu kullanılarak global $[D]_{xy}$ matrisine dönüştürülebilir.



Şekil 1. Lineer olmayan yayılı çatlak modeli: (a) Lokal eksen takımı; (b) Çatlakların kapanması ve yeniden açılması; (c) Kırılma enerjisi.

Yumuşama bölgesinde şekil değiştirmenin artışı ile yumuşamış elastisite modülü E_n ve buradan η ve μ parametreleri tedrici olarak azalır ve tamamen kırılmadan sonra ($\varepsilon_n > \varepsilon_f$), sıfır değerlerini alabilirler. Bu durumda lokal gerilme-şekil değiştirme matrisini tanımlayan (2) denklemi sözü edilen parametrelerin yeni değerlerine göre güncelleştirilir. ε_f , kopma şekil değiştirmesini belirtmekte olup sonlu eleman uygulamalarında,

$$\varepsilon_f = \frac{2 G_f}{\sigma_0 h_c} \quad (4)$$

bağıntısıyla tanımlanmaktadır. Burada G_f kırılma enerjisini (Şekil 1c), σ_0 betonun tek eksenli çekme dayanımını, h_c ise karakteristik eleman boyutunu belirtmektedir.

Sonlu eleman uygulamasında baraj sonlu eleman modeli, dört düğüm noktalı izoparametrik sonlu elemanlar kullanılarak oluşturulmuştur. Eleman rijitlik matrisleri 2×2 Gauss integrasyon tekniği ile elde edilmiştir. Elemanın davranışını bir bütün olarak temsil etmek için her bir integrasyon noktasında hesaplanan şekil değiştirmelerin ortalaması alınarak, Gauss noktası ortalama şekil değiştirmeleri bulunmuştur. Bu şekil değiştirmelerden asal şekil değiştirmeler hesaplanmış ve malzeme parametrelerinin hesabında kullanılmıştır. ε_f ' in hesabında kullanılan h_c boyutu ilgili eleman alanının karekökü alınarak elde edilmiştir. Elastik ötesi durumda $[D]_{xy}$ gerilme-şekil değiştirme matrisi bir elemanın ortalama dayanımını temsil etmektedir. Her bir Gauss noktasındaki gerilmeler, en son $[D]_{xy}$ matrisi kullanılarak kendisine ait toplam şekil değiştirmelerden hesaplanmaktadır. Eleman için rijitlik matrisi de aynı $[D]_{xy}$ matrisi kullanılarak güncelleştirilir. Sonlu eleman çözümü başlangıçta çatlamamış eleman elastik rijitlik matrisi ile başlatılır. Özel bir iterasyonda yumuşamanın başlayabileceği bütün aday elemanlar arasında en yüksek çekme şekil değiştirme enerjisine ($\sigma_1 \varepsilon_1 / 2$) sahip eleman önce kullanılır. Yapıdaki çatlak yayılımı iterasyon başına yeni yumuşayan bir eleman kullanılarak sağlanmaktadır.

Sıvı-Yapı Sisteminin Lagrange Formülasyonu

Lagrange yaklaşımında, hem sıvı ve hem de yapı ortamında yer değiştirmeler değişken olarak seçilir. Sıvı sisteminin formülasyonunda sıvı için lineer-elastik, rotasyonsuz ve viskoz olmayan davranış kabulü yapılmaktadır. Sıvının küçük genlikli yer değiştirmeler yapması durumunda matris formundaki iki boyutlu gerilme-şekil değiştirme bağıntısı,

$$\begin{Bmatrix} P \\ P_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \alpha_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_v \\ W_z \end{Bmatrix} \quad (5)$$

eşitliğiyle verilebilir. Burada, P basıncı (Çekme pozitif), β hacimsel elastisite modülünü, ε_v ise hacimsel şekil değiştirmeyi ifade etmektedir. W_z , z eksenine etrafındaki rotasyonu; P_z ve α_z ise sırasıyla, W_z ile ilgili gerilme ve kısıtlama parametresini belirtmektedir. Çalışmada sıvı yüzey dalgalarının etkisi hesaba katılmıştır. Sıvı tabanındaki alüvyon ve sediment malzemesinin dalga sönümleme etkisi ile dalga yayılma sınır şartının göz önüne alındığı sıvı sistemi sonlu eleman hareket denklemi,

$$\left[M_f \right] \left\{ \dot{U}_f \right\} + \left[C_f \right] \left\{ U_f \right\} + \left[K_f \right] \left\{ U_f \right\} = \left\{ F_f^l \right\} \quad (6)$$

ifadesiyle verilebilir. Burada $\left\{ U_f \right\}$, $\left\{ \dot{U}_f \right\}$ ve $\left\{ \ddot{U}_f \right\}$ sıvı sisteminin yere göre bağıl yer değiştirme, hız ve ivme vektörlerini; $\left[K_f \right]$ sıvı serbest yüzeyi rijitliklerini de içeren sıvı sistemi rijitlik matrisini; $\left[C_f \right]$ taban alüvyon ve sediment malzemesinin dalga sönümleme etkisi ile dalga yayılma sınır şartından ötürü sıvı sistemine kazandırılan sönümü; $\left[M_f \right]$ sıvı sisteminin kütle matrisini ve $\left\{ F_f^l \right\}$ ise yük vektörünü ifade etmektedir. $\left\{ F_f^l \right\}$ vektörü, hidrostatik yükler ve yer ivmesine bağlı olarak oluşan deprem yükleri yanında, dalga yayılma sınır şartından dolayı ortaya çıkan deprem yüklerini de içermektedir. Sıvı sonlu eleman matrislerinin sayısal elde edilmesinde indirgenmiş integrasyon mertebeleri kullanılmaktadır (Calayır ve diğ., 1996).

Sıvı-yapı sisteminin ortak hareket denklemleri ise,

$$\left[M_c \right] \left\{ \dot{U}_c \right\} + \left[C_c \right] \left\{ U_c \right\} + \left[K_f \right] \left\{ U_f \right\} + \left\{ F_s^i \right\} = \left\{ F_c^l \right\} \quad (7)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $\left[M_c \right]$ ve $\left[C_c \right]$ ortak sistemin kütle ve sönüm matrislerini, $\left\{ \dot{U}_c \right\}$ ve $\left\{ U_c \right\}$ aynı sistemin bağıl hız ve ivme vektörlerini, $\left\{ F_c^l \right\}$ ise ortak sistemin yük vektörünü temsil etmektedir. $\left\{ F_s^i \right\}$ yapının içsel kuvvet vektörüdür. $\left\{ F_c^l \right\}$ yük vektörü deprem yer hareketi söz konusu olduğunda,

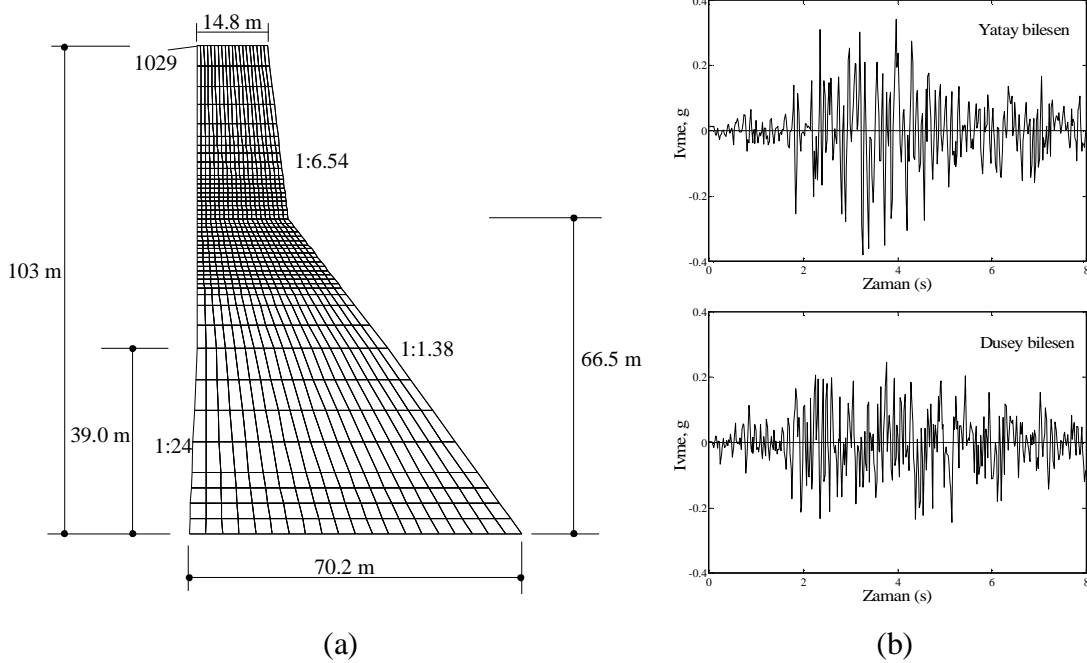
$$\left\{ F_c^l \right\} = \left\{ F_c^{\text{stat}} \right\} - \left[M_c \right] \left\{ \ddot{U}_g \right\} - \left[C_{fr} \right] \left\{ \dot{U}_g \right\} \quad (8)$$

haline dönüşmektedir. $\left\{ F_c^{\text{stat}} \right\}$ ortak sistemin statik yük vektörünü; $\left\{ \dot{U}_g \right\}$ ve $\left\{ \ddot{U}_g \right\}$, yer hareketinin hız ve ivme vektörlerini; $\left[C_{fr} \right]$ ise sadece dalga yayılma sınır şartından

dolayısı sıvı sistemindeki sönümü göstermektedir. Sistemin lineer olmayan denklem takımı, α -integrasyon (Hilber ve diğ., 1977) yöntemi kullanılarak adım adım integrasyon işlemiyle çözülmüştür. Integrasyon parametreleri α ile Newmark'ın γ ve β parametreleridir. Integrasyon işleminde $\alpha = -0.10$ alınmıştır.

Sayısal Uygulama

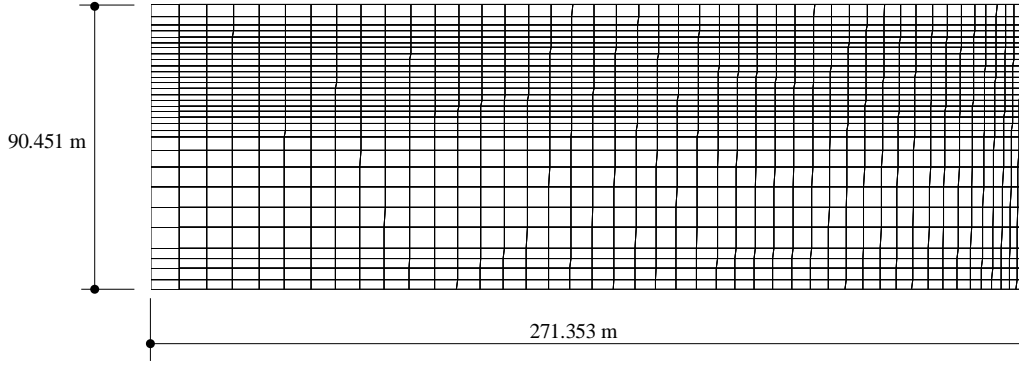
Sayısal uygulama olarak, Hindistan'daki Koyna beton ağırlık barajının, baraj-rezervuar etkileşimi dikkate alınarak lineer olmayan dinamik çatlak analizi yapılmıştır. Barajın en uzun kesitine ait sonlu eleman ağı, 10 Aralık 1967 Koyna depreminin yatay (transverse) ve düşey ivme bileşenleri ile birlikte Şekil 2' de verilmiştir. İlgili ağın üzerinde, yer değiştirmelerin zamanla değişim grafiklerinin çizildiği bir düğüm noktası numaralı işaretlenmiştir. Baraj rijit tabanlı seçilmiş olup, sıvı ortamının lineer elastik davranış gösterdiği kabul edilmiştir. Rezervuar uzunluğu, yüksekliğinin üç katı alınmış olup; ilgili sonlu eleman ağı Şekil 3' de verilmiştir. Sonlu eleman ağının kesildiği arka yüzeye Sommerfeld yayılma şartı uygulanmıştır. Rezervuar tabanındaki alüvyon ve sediment malzemesinin dalga sönümleme etkisi bir boyutlu dalga yayılma şartına dayanan bir α katsayısı ile hesaba katılmıştır. α dalga yansıtma katsayısı olup, rezervuar tabanından yansıyan dalganın gelen dalgaya oranını göstermektedir (El-Aidi ve Hall, 1989). Sıvı rijitlik matrisinin bütünlüğünü iyileştirmek için dalga yayılma ve dalga sönümleme sınır şartlarının uygulandığı yüzeylerin normali doğrultusunda, rijitlikleri hacimsel elastisite modülünün yüzde biri olan ek yaylar kullanılmıştır.



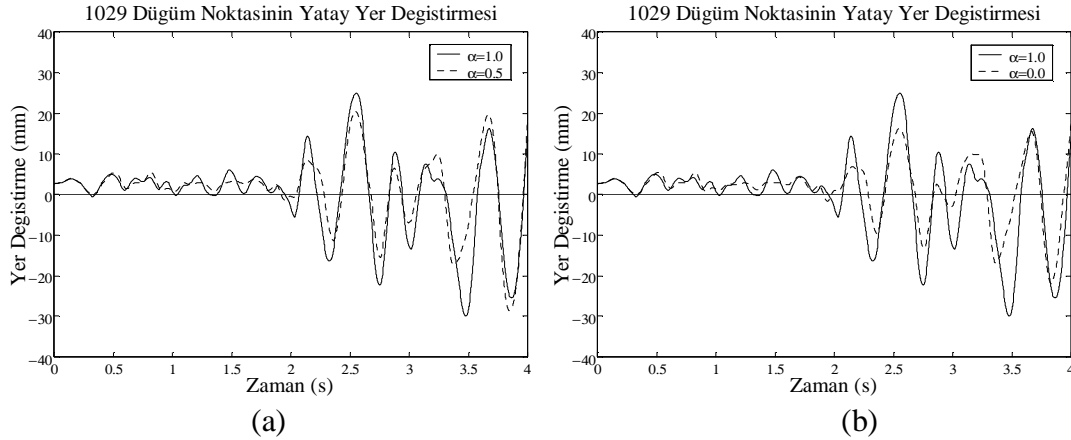
Şekil 2. (a) Baraj sonlu eleman ağı; (b) Koyna depremi ivme bileşenleri.

Baraj betonunun elastisite modülü 31027 MPa, Poisson oranı 0.2, kütle yoğunluğu 2643 kg/m³, çekme dayanımı 1.8 MPa, kırılma enerjisi 180 N/m olarak seçilmiştir. Rezervuardaki sıvının hacimsel elastisite modülü 2070 MPa, kütle yoğunluğu 1000 kg/m³ ve rotasyon kısıtlama parametresi ise hacimsel elastisite modülünün 100 misli alınmıştır. Baraj için rijitlik orantılı sönüm dikkate alınmış ve çatlaksız barajın temel periyodunda 0.05' lik sönüm oranı sağlayacak şekilde sönüm katsayısı belirlenmiştir.

Sönüm kuvvetleri barajın teğet rijitlik matrisiyle orantılı olarak hesaplanmaktadır. İntegrasyon zaman adımı 0.001 s seçilmiştir. Koyna depreminin yatay ve düşey ivme bileşenleri baraj-rezervuar sistemine sırasıyla, memba-mansap ve düşey doğrultularda etki ettirilmiştir. Dinamik çözümlerde sistemin kendi ağırlığı etkisindeki statik çözümleri başlangıç şartları olarak hesaba katılmıştır. Çözümlerde yazarlar tarafından geliştirilen ve FORTRAN 90 dilinde kodlanan bir bilgisayar programı kullanılmıştır.



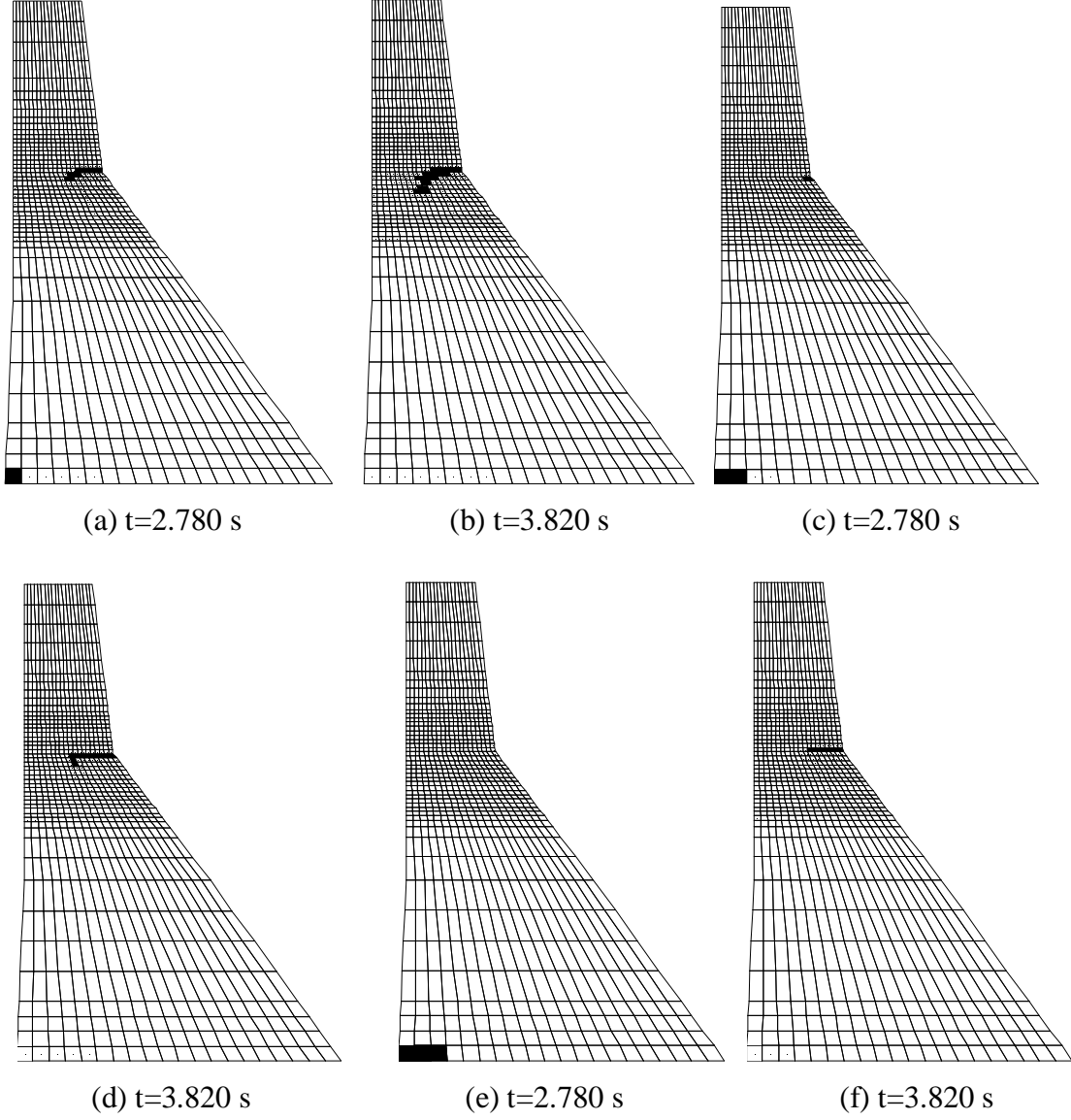
Şekil 3. Rezervuar sonlu eleman ağı.



Şekil 4. 1029 nolu düğüm noktasının yatay yer değiştirmesinin zamanla değişimi.

Analizlerde 4 duruma ait sonuçlar değerlendirilmiştir. 1. durumda rezervuar tabanı rijit alınmış ve dalga yayılma sınır şartı hesaba katılmamıştır. 2., 3., ve 4. durumlarda sırasıyla $\alpha=1.0$, $\alpha=0.5$ ve $\alpha=0.0$ seçilmiş ve dalga yayılma sınır şartı (Sommerfeld şartı) kullanılmıştır. $\alpha=1.0$ rijit rezervuar tabanına karşılık gelmektedir. $\alpha=0.5$, tabana gelen dalganın yarısının geri yansıdığını ve yarısının sönümlendiğini; $\alpha=0.0$ ise, tabana gelen dalganın tamamen sönümlendiğini belirtmektedir. 4 duruma ait sonuçlar değerlendirilerek, dalga yayılma ve rezervuar tabanı dalga sönümleme sınır şartlarının çözümlere etkisi araştırılmıştır. Barajda oluşan ilk çatlakların aynı anda başladığı 1. ve 2. durumlara ait çözümler birbirine benzer olarak ortaya çıkmaktadır. Rezervuar uzunluğu yeteri mesafede alındığından, arka yüzeyine dalga yayılma sınır şartının uygulanması çözümleri pek etkilememektedir. Bu nedenle, burada sadece 2., 3. ve 4. durumlara ait sonuçlar geniş bir şekilde irdelenecektir. 2., 3. ve 4. durumlar için barajın kreindeki 1029 nolu düğüm noktasının yatay yer değiştirmesinin zamanla değişimleri Şekil 4’ de; barajın değişik zamanlardaki çatlak durumları ise Şekil 5’ te sunulmuştur. Sonuçları karşılaştırmak için her üç durumun aynı anlardaki çatlak durumları çizilmiştir. Bu anlar $t=2.780$ s ve $t=3.820$ s zamanlarıdır. Şekil 5. (a) ve (b) 2. duruma, Şekil 5. (c)

ve (d) 3. duruma ve Şekil 5. (e) ve (f) 4. duruma ait çözümlerdir. Bir sonlu elemanda açık çatlak durumu ilgili elemanın bütün alanı taralı hale getirilerek gösterilmiştir. Kapalı veya tamamen kırılmamış elemanların merkezine nokta işareti konulmuştur. Yumuşamamış veya kırılmamış elemanlara ise hiçbir işaret bırakılmamıştır.



Şekil 5. Farklı zamanlarda barajda oluşan çatlak durumları.

Barajdaki ilk çatlama, gerilme yığılmalarının olduğu ve çekme gerilmelerinin en büyük değere ulaştığı baraj mansap yüzeyinde eğimin değiştiği yerde ortaya çıkmaktadır. İlk çatlaklar 2., 3. ve 4. durumlar için sırasıyla 2.04, 2491 ve 2.501 s anlarında oluşmaktadır. İzleyen zaman adımlarında barajın titreşim hareketine, rezervuar taban şartlarına ve deprem özelliklerine bağlı olarak, çatlaklar barajın gövde ve taban kısımlarında yayılmaktadır. Çatlak bölgelerindeki yumuşamış veya tamamen kopmuş elemanlar değişik zamanlarda kapanma ve yeniden açılma durumlarına gelebilmektedir. Şekil 5’ de görüldüğü gibi 2. durumdaki çatlak yayılışı, 3. durumdan; 3. durumdaki çatlak yayılışı da 4. durumdan biraz fazladır. Rezervuar tabanı dalga sönümlenme özelliği çatlak yayılışını etkilemektedir. Dalga yansıtma katsayısı α' nın değeri küçüldükçe çatlak bölgesinde yayılma azalmaktadır. Bu etki Şekil 4’ de verilen

yer değiştirme grafiklerinden de izlenebilir. α' nın değeri kucıldükçe yer değiştirme genlikleri genelde azalmaktadır. Buna bağlı olarak barajda oluşan gerilmelerin genlikleri duseceğinden, çatlak yayılma bölgelerinde daralma olacaktır.

Sonuçlar

Bu çalışmada, baraj-rezervuar etkileşimi dikkate alınarak beton ağırlık barajların deprem etkisindeki lineer olmayan davranışı incelenmiştir. Beton malzemesi için Şekil değiştirme yumuşamasını dikkate alan ortak eksenli dönele yayılı çatlak modeli kullanılmıştır. Rezervuar sonlu eleman modelinde, sonlu eleman ağının kesildiği arka yüzeye Sommerfeld yayılma Şartı uygulanmıştır. Rezervuar tabanındaki alüvyon ve sediment malzemesinin dalga sönümleme etkisi göz önünde bulundurulmuştur. Sayısal uygulama için Koyna barajı seçilmiş ve bu barajın 10 Aralık 1967 Koyna depremi yatay ve düşey ivme bileşenleri etkisindeki lineer olmayan analizi yapılmıştır. Rezervuar dalga yayılma sınır Őartılarının barajın dinamik çatlak davranışına etkisi irdelenmiştir. Barajda çatlaklar gerilme yığılmalarının oluştuğu baraj tabanı ve yüzey eğimlerinin değiştiği yerlerde ortaya çıkarak, baraj içine doğru yayılmaktadır. Bu çalışmada rezervuar uzunluğu yüksekliğinin üç misli alındığından, rezervuarın arka yüzeyine uygulanan dalga yayılma Şartının çözümlere etkisi önemsiz seviyede kalmıştır. Rezervuar tabanının dalga sönümleme özelliği barajdaki çatlak yayılışını belirgin bir Şekilde etkilemektedir. Dalga yansıtma katsayısı kucıldükçe barajdaki çatlak yayılması azalmaktadır.

Referanslar

Bazant, Z. P., Cedolin, L., 1979, Blunt Crack Band Propagation in Finite element Analysis, *J. Eng. Mech. Div., ASCE*, Vol. 105, pp. 297-315.

Bazant, Z. P., He, S., Plesha, M. E., Gettu, R., Rowlands, R. E., 1991, Rate and Size Effects in Concrete Fracture: Implications for Dams, *Proc. Int. Conf. Dam Fracture*, Boulder, CO, pp. 413-425.

Bhattacharjee, S. S., Léger, P., 1993, Seismic Cracking and Energy Dissipation in Concrete Gravity Dams, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 22, pp. 991-1007.

Calayır, Y., Dumanoğlu, A. A., Bayraktar, A., 1996, Earthquake Analysis of Gravity Dam-Reservoir Systems Using the Eulerian and Lagrangian Approaches, *Computer and Structures*, Vol. 59, No. 5, pp. 877-890.

El-Aidi, B., Hall, J. F., 1989, Non-linear Earthquake Response of Concrete Gravity Dams Part 1: Modelling, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 18, No. 6, pp. 837-851.

Du, J., Yon, J. H., Hawkins, N. M., Arakawa, K., Kobayashi, A. S., 1992, Fracture Process Zone for Concrete for Dynamic Loading, *ACI, Mater. J.*, Vol. 89, pp. 252-258.

Hilber, H. M., Hughes, T. J. R., Taylor, R. L., 1977, Improved Numerical Dissipation for Time Integration Algorithms in Structural Dynamics, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 5, pp. 283-292.