

## Üç Boyutlu Yapı-Zemin Etkileşimi Problemlerinin Kuadratik Sonlu Elemanlar ve Sonsuz Elemanlar Kullanılarak Çözümü

**S. Kaçın**

*Mustafa Kemal Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü,  
Hatay 31034, Türkiye*

**H. R. Yerli**

*Çukurova Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü,  
Adana 01330, Türkiye*

**ÖZET:** Bu çalışmada, elastik veya visko-elastik üç boyutlu yapı-zemin etkileşimi problemleri, sonlu ve sonsuz elemanlar kullanılarak incelenmiştir. Yapı ve yapıya yakın bölge kuadratik sonlu elemanlar ile modellenmiş, uzak bölge ise dalga yayılma şartlarını sağlayan sonsuz elemanlar ile modellenmiştir. Bu yöntemle harmonik yükleme etkisindeki sistemler incelenmiştir. Harmonik yükleme durumunda çözüm kompleks uzayda yapılmıştır. Sonlu-sonsuz eleman modeli kullanılarak bulunan sonuçlar, literatürde mevcut analitik ve sayısal çözümler karşılaştırılmıştır.

**Anahtar Kelimeler :** Yapı-Zemin etkileşimi, sonlu elemanlar yöntemi, sonsuz elemanlar

**ABSTRACT:** In this study, elastic or visco-elastic three dimensional Soil-Structure Interaction (SSI) problems are investigated by coupling of finite and infinite elements. By this model, problems are analysed by discretizing the near field with quadratic finite elements and the far field extending to infinity with infinite elements. The method is used for harmonic loading SSI problems. In the case of harmonic loading the formulation is performed in complex domain. The results of several sample problems are solved by the model proposed in this study are compared with those available in the literature.

### Giriş

Yapı sistemlerinin analizi yapılırken genellikle yapı ile zemin arasındaki etkileşim gözönüne alınmadan, sadece yapı sistemleri incelenmektedir. Ancak özel yapılarda (nükleer santraller, barajlar, yeraltı tünelleri, yeraltı depoları, askeri sığınaklar ve hizmet yeteneği bakımından özel yapılar), özellikle dinamik analiz yapılırken, yapı ile zemin arasındaki etkileşim önemli etkilere yol açabilmektedir. Bu nedenle, özellikle bu tür yapıların analizleri yapılırken yapı ile zemin arasındaki etkileşim mutlaka hesaplarda gözönüne alınmalıdır. Yapı-zemin etkileşimi problemlerinin çözümü son elli yıl içerisinde mühendisler tarafından incelenen oldukça popüler bir konudur.

Deprem mühendisliği açısından da yapı ile zemin arasındaki etkileşim oldukça önemlidir. Yeraltında meydana gelen depremler ve patlamalar gibi etkilerden dolayı yeryüzündeki yapılarda oldukça önemli etkiler oluşmaktadır. Ayrıca yeryüzündeki dinamik yüklerden dolayı yeraltındaki yapılarda meydana gelen etkileri de hesaplamak için yapı-zemin etkileşimi problemlerinin çözülmesi gerekmektedir. Yeraltındaki ve yeryüzündeki bu etkilerin bulunması ve bunlara göre yapıların güvenli bir şekilde inşa edilmesi gerekmektedir.

Yapı-zemin etkileşimi problemlerinde iki önemli bileşen vardır. Sonlu bir boyuta sahip olan yapı ve sonsuza uzanan zemin. Bu tip problemlerin analizinde, sonlu elemanlar yöntemi oldukça yaygın olarak kullanılmaktadır. Ama sonsuza uzanan zemin için önemli bir problem mevcuttur. Analiz sırasında sonsuza uzanan zeminin ne kadarının gözönüne alınacağı ve alınan bu zemin parçasının sınırları oldukça önemlidir. Çünkü, zemin içerisinde, dinamik etkiye yol açan dalgalar kaynaktan sonsuza doğru gitmektedir. Sonsuza uzanan ortamın, belirli bir kısmını gözönüne almakla, zemin için yapay bir sınır belirlenmiş olmaktadır. Yani sonsuza uzanan zemin sonlu bir bölge ile modellenmektedir. Bu da zemin içerisinde yayılan dalgaların sonlu bölgenin sınırlarına çarparak sonlu bölgede kalmasına ve sürekli olarak bu bölgede hareket etmelerine neden olmaktadır. Bu davranış, gerçek dalga hareketini idealize etmediği için, gerçekçi olmayan sonuçların elde edilmesine neden olmaktadır. Bu nedenle seçilen sonlu bölgenin sınırlarında, dalgaların bu yayılma şartlarını sağlayacak bir model uygulanmalıdır. Zemin içinde hareket eden dalgaların sonlu elemanlarla modellenmiş bölgenin yapay sınırdan geçmesi için, dalgaların sınırdan geçme şartının matematiksel modelde sağlanmış olması gerekmektedir. Bundan dolayı, yapı-zemin etkileşimi problemlerinde, yapay sınırdan enerji geçişi matematiksel olarak gerçekçi bir şekilde ifade edilmelidir.

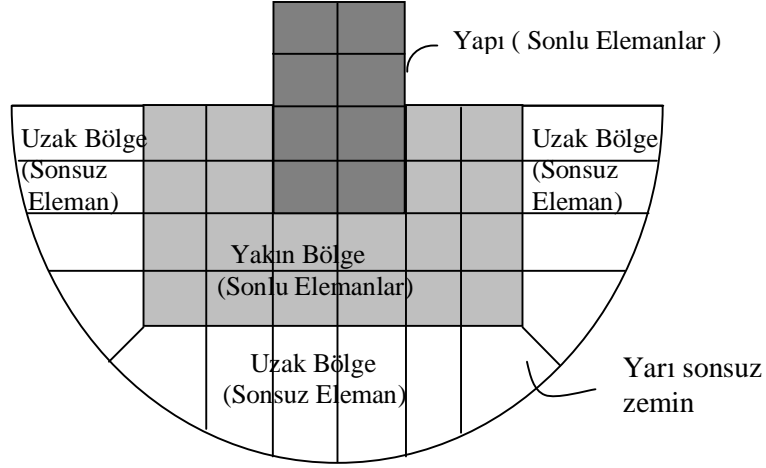
Yapı-zemin etkileşimi problemlerinde bu şartları sağlayan farklı modeller uygulanmaktadır. Zemin için seçilen sonlu bölgenin sınırlarında geçirgen yapay sınırlar kullanılması bu yöntemlerden bir tanesidir. Bir diğer yöntem ise yakın bölge ve yapı için sonlu elemanlar yöntemi, uzak bölge içinse sınır elemanlar yönteminin (BEM) kullanılmasıdır.

Yapı-zemin etkileşimi problemlerinin çözümünde kullanılan etkili bir yöntem de yakın bölge için sonlu elemanlar, uzak bölge için ise sonsuz elemanların kullanılmasıdır. Uzak bölge olarak anılan yer sonlu eleman ağının bittiği sınırlardır. Burada kullanılan sonsuz elemanlar, ortamda yayılan ve sonsuza giden dalgaları idealize edecek şekilde seçilmektedir. Sonsuz elemanlar için şekil fonksiyonları kullanılarak, rijitlik ve kütle matrisleri oluşturulmakta ve sonlu elemanlarla birlikte kolaylıkla uygulanabilmektedir. Bu yöntem uygulandığında sistemi idare eden denklemin oluşturulması için sayısal integrasyon yöntemleri kullanılmakta ve sonuçta simetrik bant tipi matrisler elde edilmektedir. Bu da özellikle üç boyutlu problemlerde hem matrislerin saklanması bakımından hafıza problemlerini hem de çözüm için geçen süreyi azaltmaktadır.

Bu çalışmada yapı-zemin etkileşimi problemlerinin çözümünde yakın bölge için yirmi düğümlü kuadratik sonlu elemanlar kullanılmış, uzak bölge için ise buna uygun sonsuz elemanlar kullanılarak sistem modellenmiştir. Kullanılan bu model ile harmonik yükleme etkisi altındaki yapı-zemin etkileşimi problemleri çözülmüştür. Ayrıca, ele alınan yapı-zemin etkileşimi problemleri SASSI programıyla da çözümlenerek elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Bu program yapı-zemin etkileşimi problemlerinin çözümü için geliştirilmiş yapay sınır şartları ve altyapılara ayırma yöntemini kullanan etkili bir paket programdır (Lysmer ve ark., 1981).

## Yapı-Zemin Etkileşimi Problemleri

Üç boyutlu elastodinamik yapı-zemin etkileşimi problemlerinin dıştan etkiyen harmonik yüklemeye etkisi altındaki davranışları incelenmektedir. Burada, yapı-zemin etkileşim sistemleri (sonlu bir boyuta sahip olan üst yapı ile yarı sonsuz zemin) sonlu ve sonsuz elemanlar kullanılarak incelenmektedir (Şekil 1). Yarı sonsuz geometriye sahip zemin, kaynağa yakın bölgede yirmi düğümlü kuadratik sonlu elemanlarla modellenirken, uzak bölgeler için ise kuadratik sonlu elemanlara uygun oniki düğümlü sonsuz eleman modeli uygulanmıştır (Şekil 2).



Şekil 1. Yapı-zemin etkileşimi modeli

Kullanılan sonsuz elemanlar dalga yayılma şartlarını sağlayacak şekilde seçilmiştir. Yakın bölge için kullanılan sonlu elemanlar ile uzak bölge için uygulanan sonsuz eleman modelinin birlikte kullanılması oldukça kolaydır ve ek bir işlem gerektirmemektedir. Sonsuz elemanların katkıları, şekil fonksiyonları yardımıyla sistem rijitlik ve sistem kütle matrislerine kolayca eklenebilmektedir.

Elastodinamikten bilindiği üzere, sönümün ihmal edildiği durumlarda sistem hareket denklemi aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = \{F(t)\} \quad (1)$$

Burada,  $[K]$  ve  $[M]$  sistem rijitlik ve kütle matrislerini;  $\{F(t)\}$ ,  $\{U\}$  ve  $\{\ddot{U}\}$  ise sırasıyla sistem yük, deplasman ve ivme vektörlerini temsil etmektedir. Harmonik yüklemeye durumunda, sistem yük vektörünün,

$$\{F(t)\} = \{F_0\} e^{i\omega t} \quad (2)$$

formunda olduğu kabul edilmektedir. Burada  $\{F_0\}$  harmonik yüklemenin genlik vektörünü,  $\omega$  yüklemenin frekansını göstermektedir. Bununla birlikte, sisteme ait deplasmanların çözümünde aynı frekansla harmonik olduğu kabul edildiğinden,

$$\{U\} = \{U_0\} e^{i\omega t} \quad (3)$$

şeklinde elde edilmektedir.  $\{U_0\}$  deplasman genlik vektörüdür. Benzer olarak ivme vektörü (3) ifadesi kullanılarak,

$$\{\ddot{U}\} = -\omega^2 \{U_0\} e^{i\omega t} \quad (4)$$

şeklinde elde edilir. (2), (3) ve (4) eşitlikleri, (1) sistem hareket denkleminde yerlerine konursa

$$([K] - \omega^2 [M])\{U_0\} = \{F_0\} \quad (5)$$

şeklinde, harmonik yükleme durumu için sistem hareket denklemi elde edilir. Görüldüğü gibi sistem denklemi ikinci mertebeden diferansiyel denklem takımı yerine; lineer, cebrik denklem takımına dönüşmektedir. Sistem denklem takımının çözümünden deplasman genlik vektörü bulunup, (3) ve (4)'te yerine konulduğunda sistem deplasman ve ivme vektörleri elde edilmiş olur. Eğer sistemde sönüm varsa (bu çalışmada harmonik yükleme hali için sadece histeretik sönüm kullanılmaktadır), elastik-viskoelastik anolojisi kullanılarak (5)'de görülen sistem denklem takımı,

$$\left( (1+2iz)[K] - \omega^2[M] \right) \{U_0\} = \{F_0\} \quad (6)$$

şeklinde modifiye edilerek kullanılmaktadır. Burada, "z" histeretik sönüm oranını temsil etmektedir.

### Sonlu Eleman Seçimi

Bu çalışmada kullanılan kuadratik yirmi düğümlü, izoparametrik elemana ait eleman rijitlik ve kütle matrisleri referans koordinatlarında;

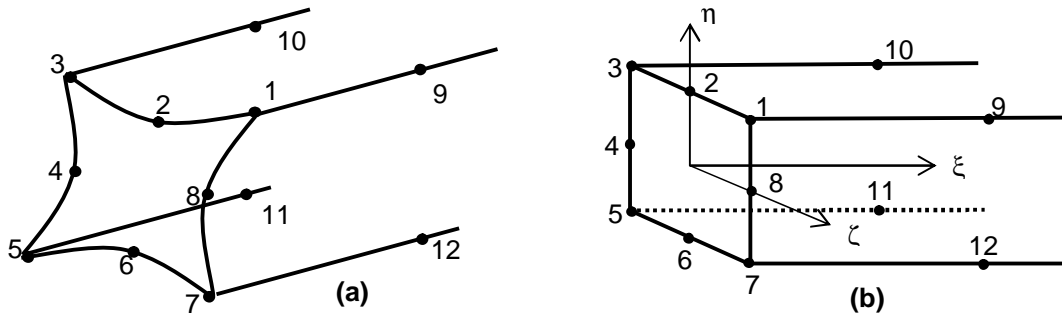
$$[k]_{(60 \times 60)} = \int_{\zeta=-1}^{+1} \int_{\eta=-1}^{+1} \int_{\xi=-1}^{+1} [B]^T [D] [B] |J| d\xi d\eta d\zeta \quad (7)$$

$$[m]_{(60 \times 60)} = \int_{\zeta=-1}^{+1} \int_{\eta=-1}^{+1} \int_{\xi=-1}^{+1} \rho [N]^T [N] |J| d\xi d\eta d\zeta$$

olarak elde edilir. Yukarıdaki sonlu integraller Gauss-Legendre sayısal integrasyon yöntemi kullanılarak hesaplanmaktadır. Bu çalışmada üç noktalı Gauss integrasyon kullanılmıştır. (7) ifadesi ile her bir eleman için elde edilen eleman rijitlik ve kütle matrisleri kullanılarak kodlama tekniği yardımıyla, sistem rijitlik ve sistem kütle matrisleri oluşturulur. Bu ifadelerde görülen şekil fonksiyonları kuadratik yirmi düğümlü elemana ait şekil fonksiyonlarıdır (Cook ve ark., 1989).

### Sonsuz Eleman Seçimi

Bu çalışmada yarı sonsuz ortamların modellenmesinde, uzak bölgelerde sonsuz elemanlar kullanılmaktadır. Sonsuz eleman formülasyonu, dalga yayılma şartlarını sağlayacak şekilde düzenlenmiştir. Kuadratik 20 düğümlü sonlu eleman modeline uygun olan 12 düğümlü sonsuz elemanlar kullanılmaktadır (Şekil 2).



Şekil 2. Oniki düğümlü sonsuz eleman (a) Gerçek eleman (b) Referans elemanı

Şekil 2'de görüldüğü üzere, bu elemanda bir doğrultu sonsuza giderken ( $0 \leq \xi \leq \infty$ ) diğer doğrultular sonlu bir boyuta sahiptir ( $-1 \leq \eta \leq +1$ ,  $-1 \leq \zeta \leq +1$ ). Gerçek eleman ile referans elemanı arasındaki geometrik dönüşüm,

$$x = \sum_{i=1}^{12} M_i x_i \quad y = \sum_{i=1}^{12} M_i y_i \quad z = \sum_{i=1}^{12} M_i z_i \quad (8)$$

şeklinde tariflenmektedir. Yukarıda görülen  $M_i$  geometrik şekil fonksiyonlarıdır (Kaçın, 2002). Sonsuz elemanın herhangi bir noktasındaki deplasmanların dönüşümü, interpolasyon şekil fonksiyonları ve düğüm noktaları deplasmanları cinsinden şu şekilde yazılabilir.

$$u = \sum_{i=1}^8 N_i u_i \quad v = \sum_{i=1}^8 N_i v_i \quad w = \sum_{i=1}^8 N_i w_i \quad (9)$$

Oniki düğümlü sonsuz elemana ait interpolasyon şekil fonksiyonları dalgaların sonsuzda sıfıra gitmesini sağlayacak şekilde, azalan fonksiyonlu olarak,

$$N_i = P(\xi, \omega) L_i(\eta, \zeta) \quad i = 1, 2, 3, \dots, 8 \quad (10)$$

formunda seçilmektedir. Burada görülen  $L_i(\eta, \zeta)$  ifadeleri,

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{1}{4}(1-\eta)(1-\zeta)(-1-\eta-\zeta) & L_2 &= \frac{1}{2}(1-\eta)(1-\zeta^2) \\ L_3 &= \frac{1}{4}(1-\eta)(1+\zeta)(-1-\eta+\zeta) & L_4 &= \frac{1}{2}(1-\eta^2)(1+\zeta) \\ L_5 &= \frac{1}{4}(1+\eta)(1+\zeta)(-1+\eta+\zeta) & L_6 &= \frac{1}{2}(1+\eta)(1-\zeta^2) \\ L_7 &= \frac{1}{4}(1+\eta)(1-\zeta)(-1+\eta-\zeta) & L_8 &= \frac{1}{2}(1-\eta^2)(1-\zeta) \end{aligned} \quad (11)$$

olarak alınmaktadır. Ayrıca  $P(\xi, \omega)$  deplasman yayılma fonksiyonu olup,

$$P(\xi, \omega) = e^{-(\alpha+i\beta)\xi} \quad \beta = \frac{\omega}{c} L \quad (12)$$

şeklinde olduğu kabul edilmektedir. Burada görülen  $\alpha$  ve  $\beta$  sırasıyla deplasman genlik azaltma parametresi ve dalga sayılarını göstermektedir.  $c$  ise dalga hızını temsil etmektedir.  $L$  ise sonsuz eleman için karakteristik boy değeridir. Bu durumda sonsuz elemana ait şekil fonksiyonları matrisi

$$[N] = e^{-(\alpha+i\beta)\xi} \begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 & | & \mathbf{L} & | & L_8 & 0 & 0 \\ 0 & L_1 & 0 & | & \mathbf{L} & | & 0 & L_8 & 0 \\ 0 & 0 & L_1 & | & \mathbf{L} & | & 0 & 0 & L_8 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$[N] = e^{-(\alpha+i\beta)\xi} [N^*]$$

şeklinde yazılabilmektedir. Bu ifadeler kullanılarak, eleman rijitlik ve kütle matrisleri referans koordinatlarına dönüşmüş olarak,

$$[k^s]_{(24 \times 24)} = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_0^{\infty} \left( [B^*]^T [D] [B^*] |J| \right) e^{-2(\alpha+i\beta)\xi} d\xi d\eta d\zeta \quad (14)$$

$$[m^s]_{(24 \times 24)} = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_0^{\infty} \left( \rho [N^*]^T [N^*] |J| \right) e^{-2(\alpha+i\beta)\xi} d\xi d\eta d\zeta \quad (15)$$

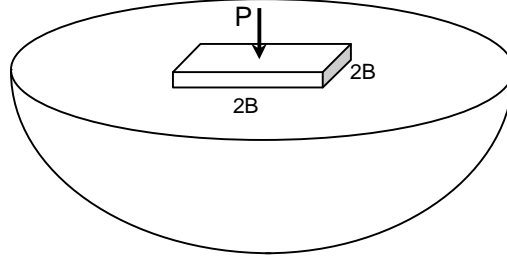
şeklinde elde edilir.

Sonsuz eleman rijitlik ve kütle matrisi ifadeleri içinde yer alan integrallerin hesabı, sonlu yönde Gauss-Legendre integrasyon yöntemiyle, sonsuz yöndeki integraller ise Newton-Cotes yöntemi ile hesaplanmaktadır (Yerli, 1998). (14) ve (15) ifadeleri yardımıyla sonsuz elemanların her biri için elde edilen eleman rijitlik ve kütle matrisleri, kodlama tekniği yardımıyla sistem rijitlik ve sistem kütle matrislerinin uygun yerlerine eklenir.

Yarı sonsuz ortamda yapı-zemin etkileşim analizi incelenirken, kaynaktan uzağa yerleştirilen sonsuz elemanların amaçlarından biri de, ortam içinde yayılan dalgaların sonlu elemanların bittiği yerden (sınırdan) geçip sonsuzda sıfır olmasıdır. Bir başka deyişle, dalgaların sınıra çarpıp yansiyarak tekrardan ortama dönmesini engellemektir. Bu çalışmada önerilen sonsuz elemanlarla, ortamda yayılan elastik dalgaların sınırdan geçip sonsuzda sıfır olması sağlanarak, yansımalar önlenmektedir.

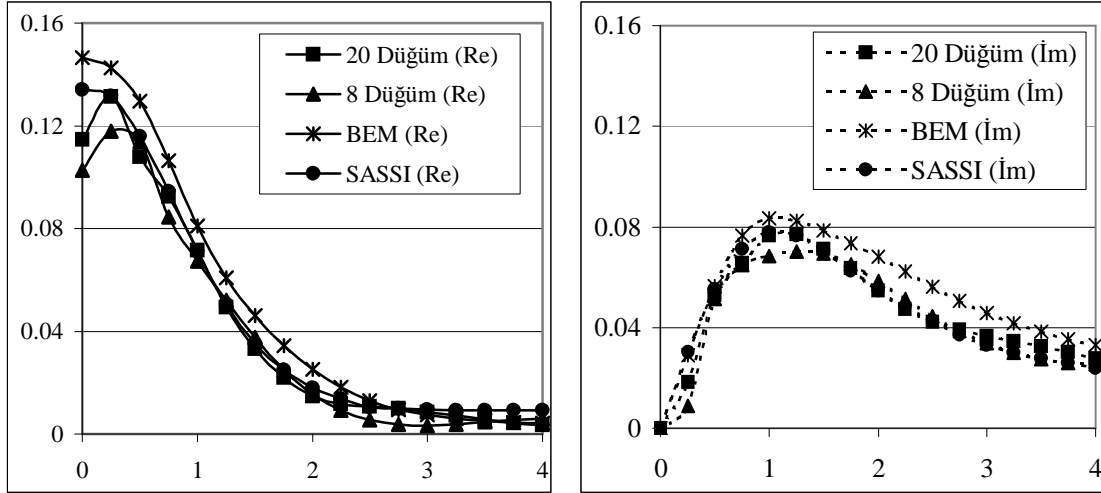
## Elastik Yarı Sonsuz Zemin Üzerinde Rijit Kare Temel Problemi

Harmonik yükleme durumu için ele alınan ilk örnek, elastik yarı sonsuz zemin üzerinde bulunan  $2B \times 2B$  boyutlu rijit, kütesiz kare temele ait kompleyans değerlerinin incelenmesidir (Şekil 3). Sistemin geometrisi ve yüklemesinin simetri ve/veya antisimetri özellikleri kullanılarak, sadece dörtte bir bölge için sonlu-sonsuz eleman ağı hazırlanarak çözümler elde edilmiştir. Temel genişliği  $B=12$  m, elastik zemine ait malzeme özellikleri,  $E=24 \times 10^9$  N/m<sup>2</sup>,  $\nu=1/3$  ve  $\rho=2400$  kg/m<sup>3</sup> olarak seçilmiştir

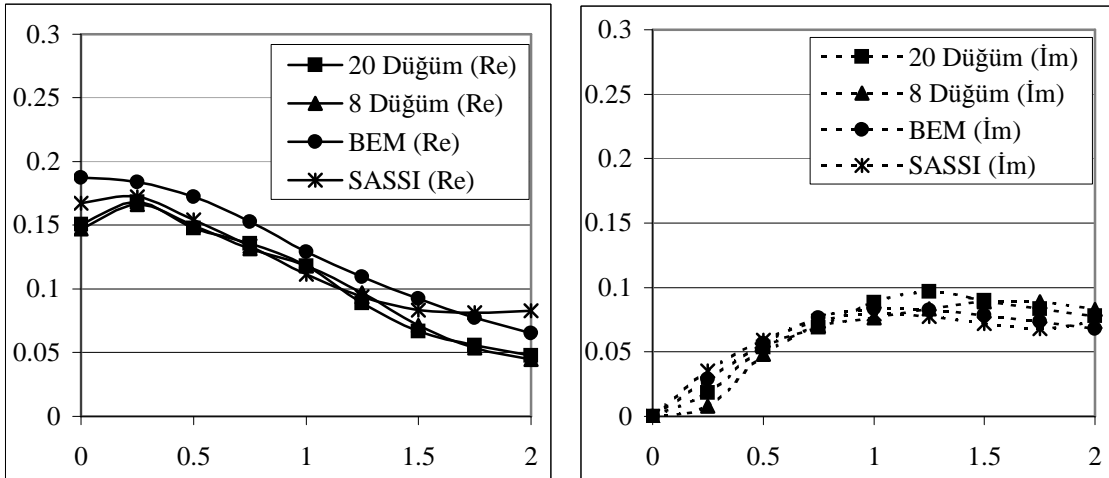


Şekil 3. Elastik yarı sonsuz zemin üzerinde rijit kare temel

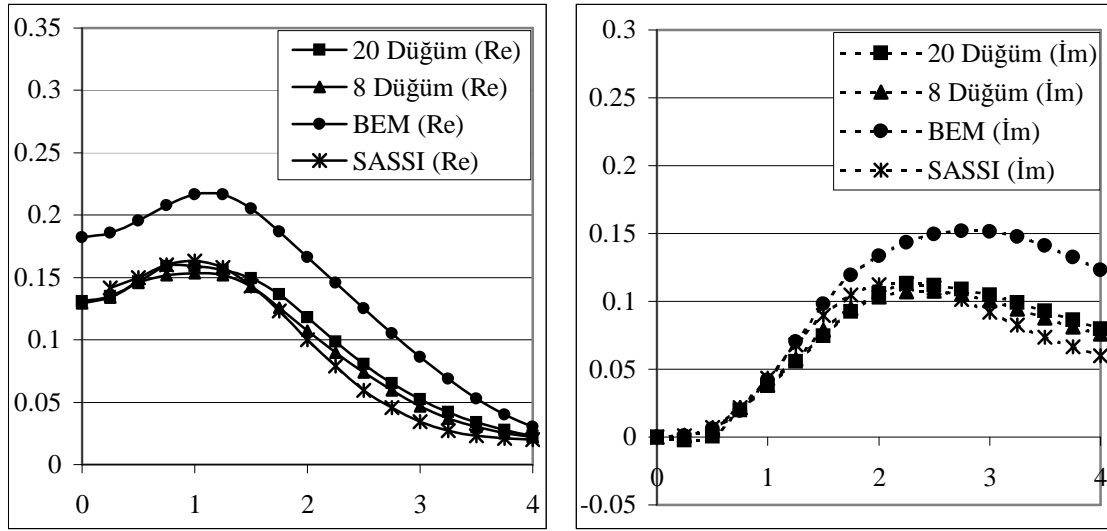
Yükün hemen altındaki noktanın kompleyans değerlerinin değişimi aşağıdaki grafiklerde görülmektedir.



Şekil 4. Boyutsuz düşey kompleyansın boyutsuz frekansla değişimi



Şekil 5. Boyutsuz yatay kompleyansın boyutsuz frekansla değişimi



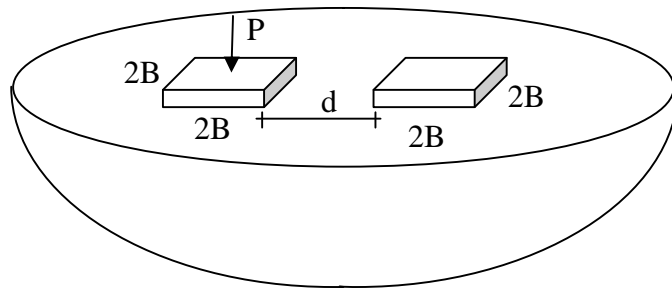
Şekil 6. Boyutsuz dönme kompleyansının boyutsuz frekansla değişimi

Bu problemde, sisteme ait bütün büyüklükler boyutsuzlaştırılarak kullanılmıştır. Boyutsuzlaştırmalarda kullanılan karakteristik büyüklükler, kuvvet ( $f$ ), zaman ( $t$ ) ve uzunluk ( $l$ ) olarak gösterilmiştir. Bu örnekte karakteristik uzunluk olarak temel yarı genişliği olan  $B$  mesafesi kullanılmıştır, karakteristik kuvvet  $f = GB^2$  ve zaman  $t=B/c_s$  olarak seçilmiştir. Burada,  $G$  kayma modülünü,  $c_s$  kayma dalgası hızını ifade etmektedir.

Bu problemin çözümü için toplam 216 sonlu ve 108 sonsuz eleman kullanılmıştır. BEM ile ifade edilen sınır eleman yöntemi ile bulunan sonuçlar ve 8 düğümlü sonlu eleman sonuçları ise (Yerli, 1998)'den alınmıştır. Grafikler incelendiğinde, önerilen model ile bulunan sonuçların diğer yöntemler ile bulunan sonuçlarla uyum içerisinde olduğu görülmektedir.

### Elastik Yarı Sonsuz Zemin Üzerinde İki Temel Problemi

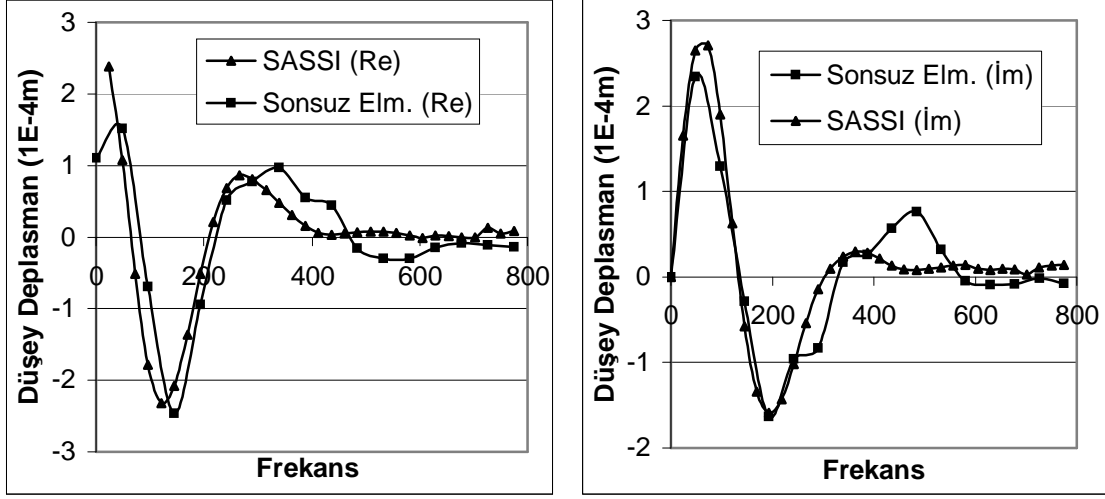
Üç boyutlu yapı zemin etkileşimi konusunun önemli problemlerinden biride, birden çok sayıda yapının veya yapı temelinin etkileşimi durumudur. Bu problemde dinamik analiz yapılırken ele alınan yapının yanında yer alan diğer bir yapının, incelenen sisteme etkisi araştırılmaktadır (Şekil 7).



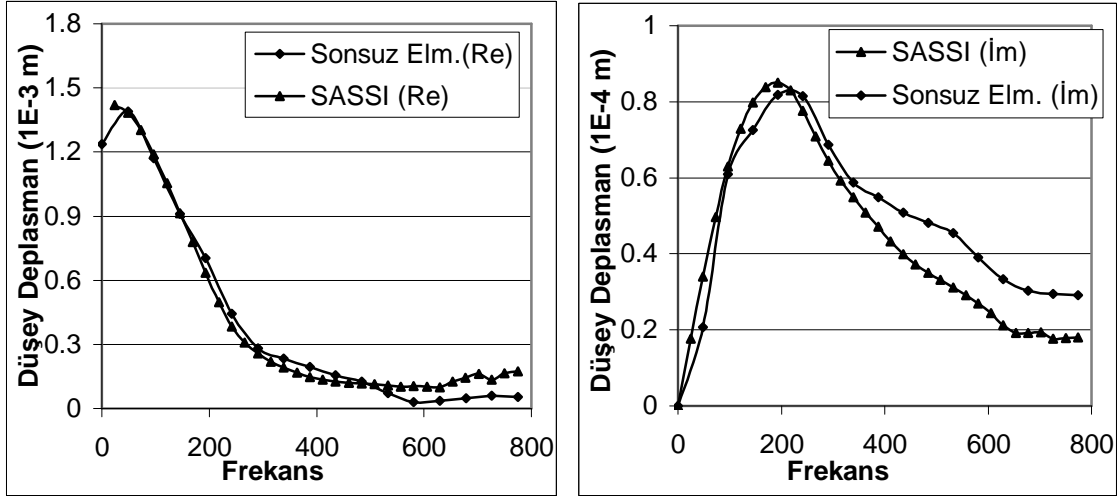
Şekil 7. Elastik zemin üzerinde iki temel olması durumu

Ele alınan örnekte  $2B \times 2B$  boyutlarında yanyana iki temel incelenmiştir. Temel genişliği  $B=12$  m alınmıştır. Zeminin malzeme özellikleri ;  $E = 24 \times 10^9$  N/m<sup>2</sup> ,  $\rho = 2400$  kg/m<sup>3</sup> ,  $\nu = 1/3$  olarak alınmıştır. Kütlesiz temellerin ise  $E = 9 \times 10^9$  N/m<sup>2</sup> ve  $\nu = 1/3$

olarak alınmıştır. Aktif temele etki eden yük  $P = 1 \times 10^6$  N olarak seçilmiştir. Problemin çözümü için kullanılan sonlu-sonsuz eleman ağında 160 sonlu ve 112 sonsuz eleman bulunmaktadır.



Şekil 8- Pasif temelin orta noktasındaki deplasmanın değişimi



Şekil 9- Aktif temelin orta noktasındaki deplasmanın değişimi

Yüklemeye yapılan temel aktif temel, diğer temel ise pasif temel olarak ifade edilmektedir. Şekil 8’de pasif temelin orta noktasındaki deplasmanın frekansla değişimi görülmektedir. Şekil 9’da ise aktif temelin orta noktasındaki deplasmanın frekansla değişimi verilmektedir. Uygulanan model ile bulunan sonuçların SASSI paketiyle bulunan sonuçlarla uyum içerisinde olduğu görülmektedir.

## Bulgular ve Sonuçlar

Bu çalışmada, harmonik yüklemeye etkisi altındaki üç boyutlu yapı-zemin etkileşimi problemleri incelenmiştir. Harmonik yüklemeye durumu için formülasyon kompleks uzayda geliştirilmiştir. Yapı ve yakın bölge için 20 düğümlü kuadratik sonlu elemanlar kullanılırken uzak bölge için 12 düğümlü sonsuz elemanlar kullanılmıştır. Kullanılan sonsuz elemanlar, dalgaların yayılması ve sonsuzda sıfır olması durumunu



dikkate alacak şekilde tasarlanmıştır. Daha önce analitik olarak çözülen veya başka yöntemlerle çözümü yapılan problemler, önerilen modelle çözülmüş ve sonuçların uyum içerisinde olduğu gözlenmiştir. Ayrıca bu modelin uygulanması durumunda elde edilen denklem takımı simetrik ve bant tipi matrislerden oluşmaktadır. Bu da özellikle üç boyutlu problemlerde oluşan denklem takımlarının çözümünde bilgisayar hafızası ve zamandan önemli ölçüde tasarruf sağlamaktadır.

## Referanslar

- Chongbin, Z., and Valliappan, S., 1993. A Dynamic Infinite Element for Three-Dimensional Infinite-Domain Wave Problems. *Int. J. Num. Meth. Engrg.*, 36: 2567-2580.
- Cook, R. D., Malkus, D. S., and Plesha, M. E., 1989. *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*. John Wiley and Sons, Singapore, 630p.
- Kaçın, S., 2002. Üç boyutlu Yapı-Zemin Etkileşimi Problemlerinin Kuadratik Sonlu ve Sonsuz Elemanlar Kullanarak Statik ve Dinamik Analizi. Doktora Tezi, Çukurova Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana.
- Lysmer, J., Tabatabaie, M., Vahdani, S., and Ostadan, F., 1981. SASSI-a System for Analysis of Soil-Structure Interaction. Report UCB/GT/81-02, Geot. Engng., University of California, Berkeley.
- Marques, J. M. M. C., and Owen, D. R. J., 1984. Infinite Elements in Quasi-Static Materially Nonlinear Problems. *Computers & Structures*, 18(4): 739-751.
- Mengi, Y., Tanrıku, A. H., and Tanrıku, A. K., 1994. Boundary Element Method for Elastic Media - An Introduction. ODTÜ Basım İşliğı, Ankara, 130s.
- Yerli, H.R., 1998. İki ve Üç boyutlu Yapı-Zemin Etkileşimi Problemlerinin Sonlu ve Sonsuz Elemanlar Kullanılarak Analizi. Doktora Tezi, Çukurova Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana.